n.ethz.ch/~juncfu

# Thermodynamik I
# Übungsstunde 03

**Juncheng Fu (Elias)**
**18. Oktober 2024**

Übungsmaterial

- Die Übungsstunde wird von mir aufgezeichnet!

- Nicht offiziell
- (Screen recording) Lade ich später auf YT hoch
- Keine Garantie für Qualität, es ist nur in der Not zu nutzen (Falls Krank…)

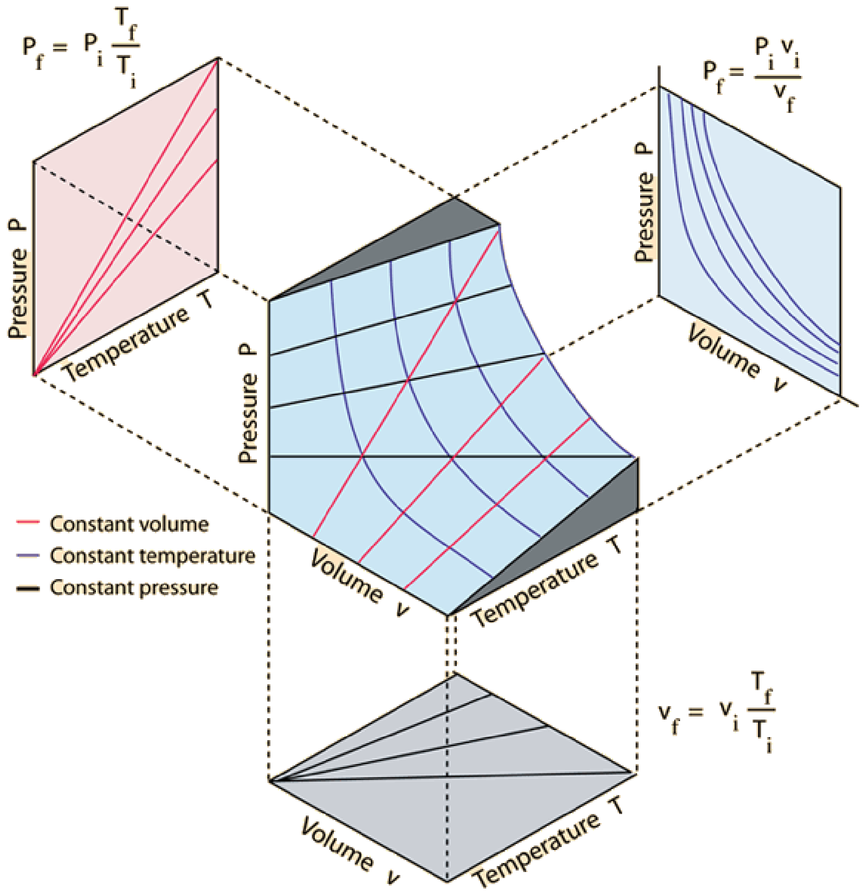
# Zustandsänderungen idealer & perfekter Gase 02

# Das Modell idealer Gase

**Ideales Gas** = **keine Wechselwirkung** zwischen Molekülen

Zustandsfläche

$$p\bar{v} = \bar{R}T$$



# Das Modell idealer Gase

**Ideales Gas** $\boxed{\left(p\,V = n\,\overline{R}\,T \qquad p\,v = R\,T \qquad p\,V = m\,R\,T\right)}$

Zentralle Gleichung mit verschiedenen Schreibeweise

Universelle Gaskonstante $\boxed{\overline{R} = 8.314\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}}$

$\boxed{R = c_\mathrm{p}^\mathrm{ig} - c_\mathrm{v}^\mathrm{ig} = \frac{\overline{R}}{M}}$ Gas spezifische Gaskonstante

$$c_\mathrm{v}^\mathrm{ig}(T) = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$$

$$c_\mathrm{p}^\mathrm{ig}(T) = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p$$

$$\boxed{\kappa = \frac{c_\mathrm{p}^\mathrm{ig}}{c_\mathrm{v}^\mathrm{ig}}}$$

Isentrope Polytropen-Exponenten

Innere Energie Enthalpie sind nur Funktion der Temp.

$$\Delta u = u^\mathrm{ig}(T_2) - u^\mathrm{ig}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_\mathrm{v}^\mathrm{ig}(T)\,\mathrm{d}T$$

Innere Energie mit Cv

$$\Delta h = h^\mathrm{ig}(T_2) - h^\mathrm{ig}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_\mathrm{p}^\mathrm{ig}(T)\,\mathrm{d}T$$

Enthalpie mit Cp

# Das Modell idealer Gase

**Ideales Gas** $\boxed{\left(p\,V = n\,\overline{R}\,T \qquad p\,v = R\,T \qquad p\,V = m\,R\,T\right)}$

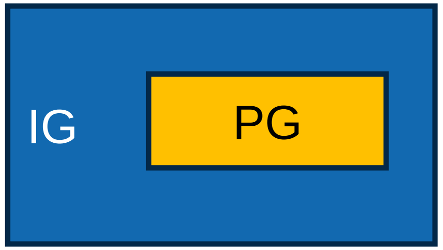
Zentralle Gleichung mit verschiedenen Schreibeweise

Universelle Gaskonstante $\boxed{\overline{R} = 8.314\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}}$

$\boxed{R = c_\mathrm{p}^\mathrm{ig} - c_\mathrm{v}^\mathrm{ig} = \frac{\overline{R}}{M}}$ Gas spezifische Gaskonstante

$$c_\mathrm{v}^\mathrm{ig}(T) = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$$

$$c_\mathrm{p}^\mathrm{ig}(T) = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p$$




**Perfektes Gas**

$\boxed{\kappa = \frac{c_\mathrm{p}^\mathrm{ig}}{c_\mathrm{v}^\mathrm{ig}}}$ Isentrope Polytro

Innere Energie Enthalpie sind nur Funktion der Temp.

$$\Delta u = \quad u^\mathrm{ig}(T_2) - u^\mathrm{ig}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_\mathrm{v}^\mathrm{ig}(T)\,\mathrm{d}T$$

$$\Delta h = \quad h^\mathrm{ig}(T_2) - h^\mathrm{ig}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_\mathrm{p}^\mathrm{ig}(T)\,\mathrm{d}T$$

$$\boxed{c_\mathrm{v}^\mathrm{pg} = \mathrm{const.} \qquad c_\mathrm{p}^\mathrm{pg} = \mathrm{const.}} \qquad \kappa = \frac{c_\mathrm{p}^\mathrm{pg}}{c_\mathrm{v}^\mathrm{pg}} = \mathrm{const.}$$

$$u^\mathrm{pg}(T_2) - u^\mathrm{pg}(T_1) = c_\mathrm{v}^\mathrm{pg}(T_2 - T_1)$$

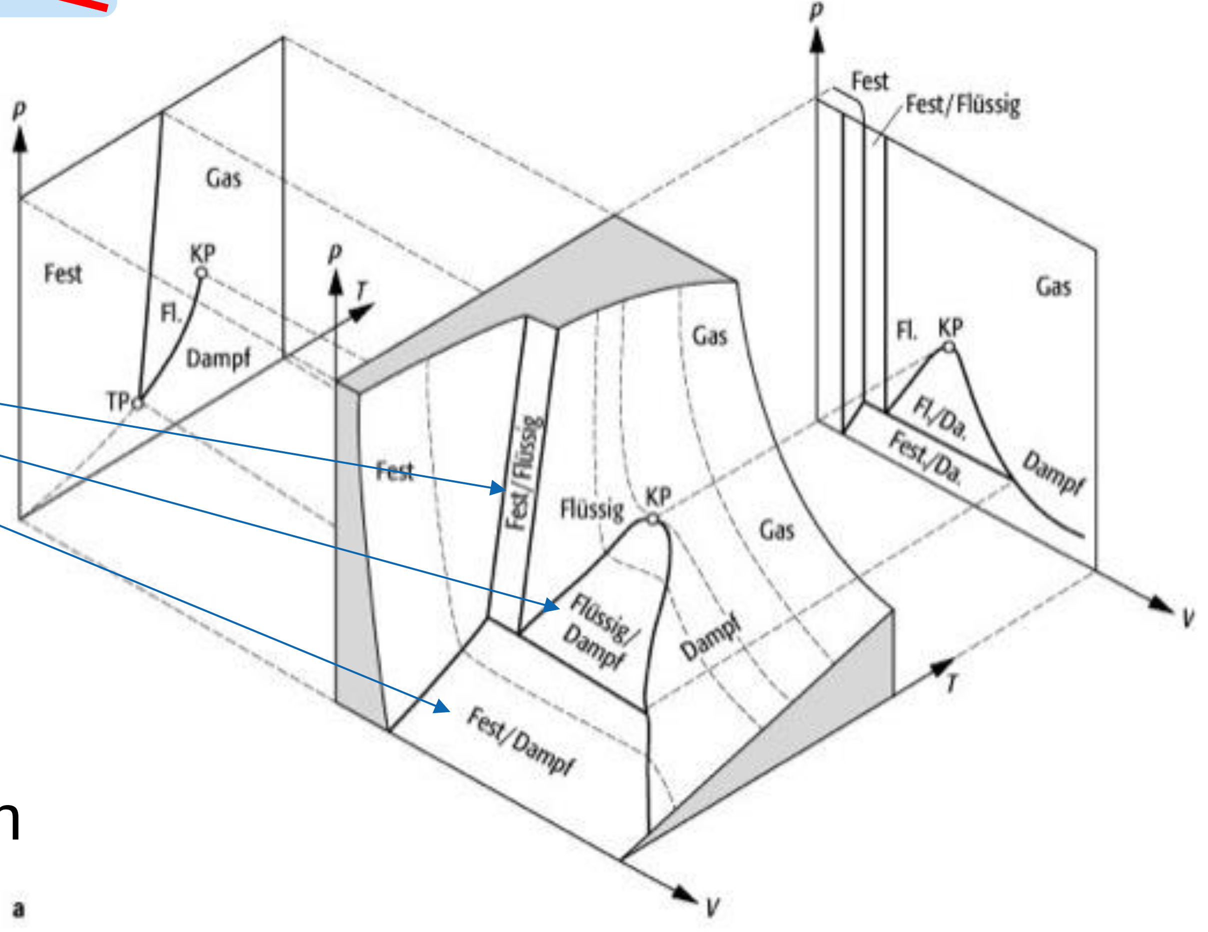
$$h^\mathrm{pg}(T_2) - h^\mathrm{pg}(T_1) = c_\mathrm{p}^\mathrm{pg}(T_2 - T_1)$$

# Realstoffe Modell

$\cancel{pv = \bar{R}T}$

**Realstoff (ohne Anomalie)**
= **Wechselwirkung**
zwischen Molekülen

→ Phasenübergänge!




**Komplexe Zustandsfläche**

Für so was eig. immer TAB

Jeder Punkt auf der Oberfläche ist durch
**2 Zustandsgrössen** definiert

# Realstoffe Modell

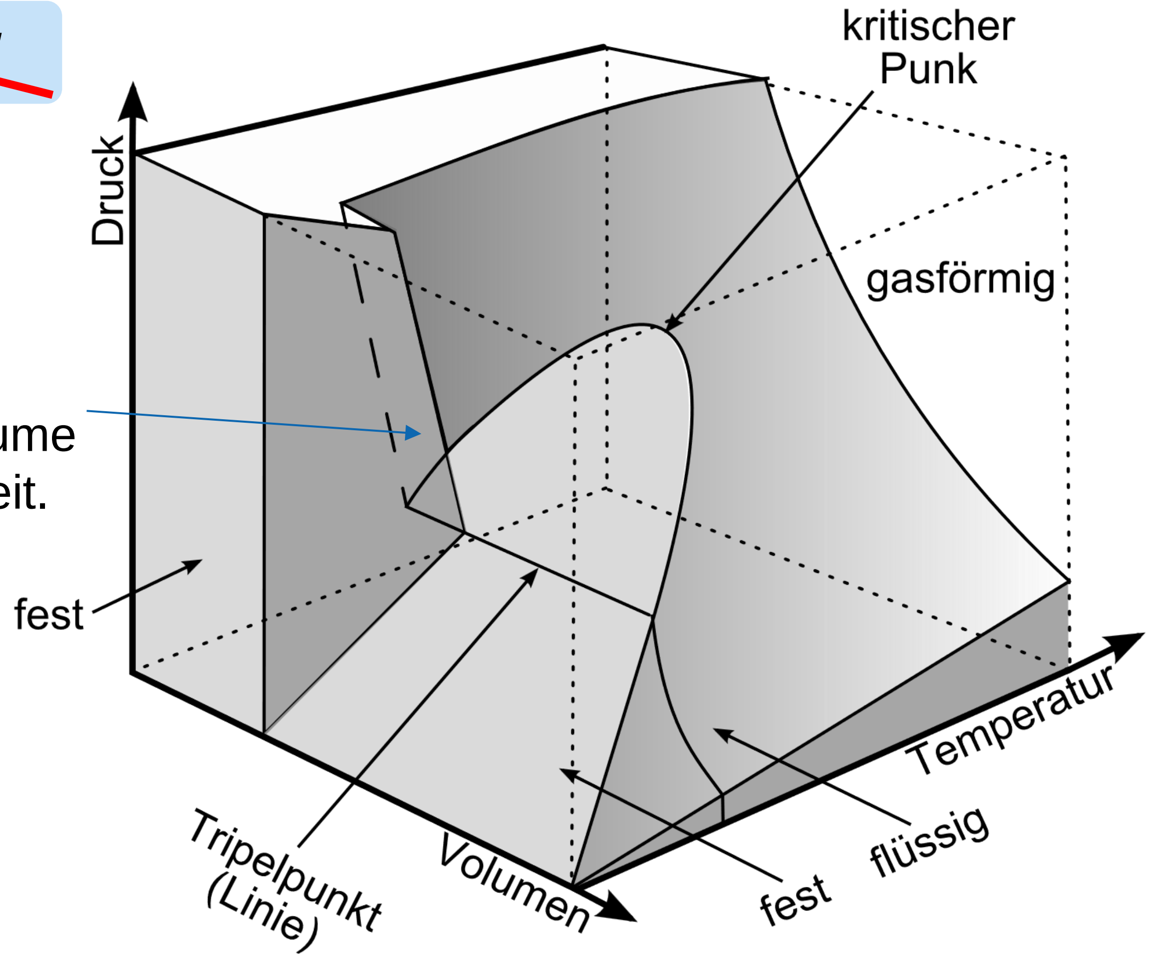
$\cancel{pv = \bar{R}T}$

**Realstoff**

= **Wechselwirkung**
zwischen Molekülen

→ Phasenübergänge!

Feststoff hat
größere Volume
als Flüssigkeit.




## Komplexe Zustandsfläche

Für so was eig. immer TAB

Jeder Punkt auf der Oberfläche ist durch
**2 Zustandsgrössen** definiert

# Polytrope Zustandsänderungen

## Zustandsänderungen — Allgemein

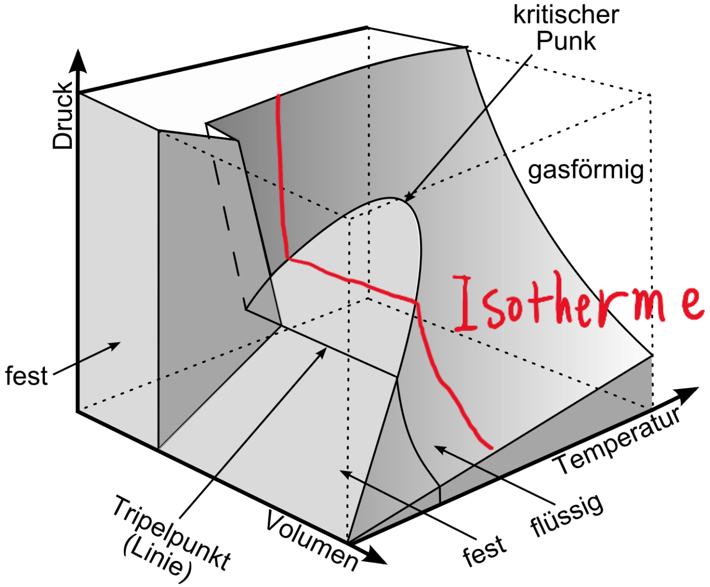
| | |
|---|---|
| Polytrope | $pV^n = \text{const.}$ |
| | ($n$: Polytropenexponent) |
| Isobare | $p = \text{const.} \quad (n \equiv 0)$ |
| Isotherme | $T = \text{const.}$ |
| Isochore | $v = \text{const.} \quad (n \to \infty)$ |

## Zustandsänderungen idealer Gase — IG/PG

| | |
|---|---|
| Isotherme | $n = 1$ |
| Isentrope | $n = \kappa = \dfrac{c_\mathrm{p}^\mathrm{ig}}{c_\mathrm{v}^\mathrm{ig}}$ |
| Polytropes Temperaturverhältnis | $\dfrac{T_2}{T_1} = \left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\dfrac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}$ |

$$\boxed{p_1 \cdot v_1^n = p_2 \cdot v_2^n}$$

Für IG/PG falls n geg.




$n = ?$

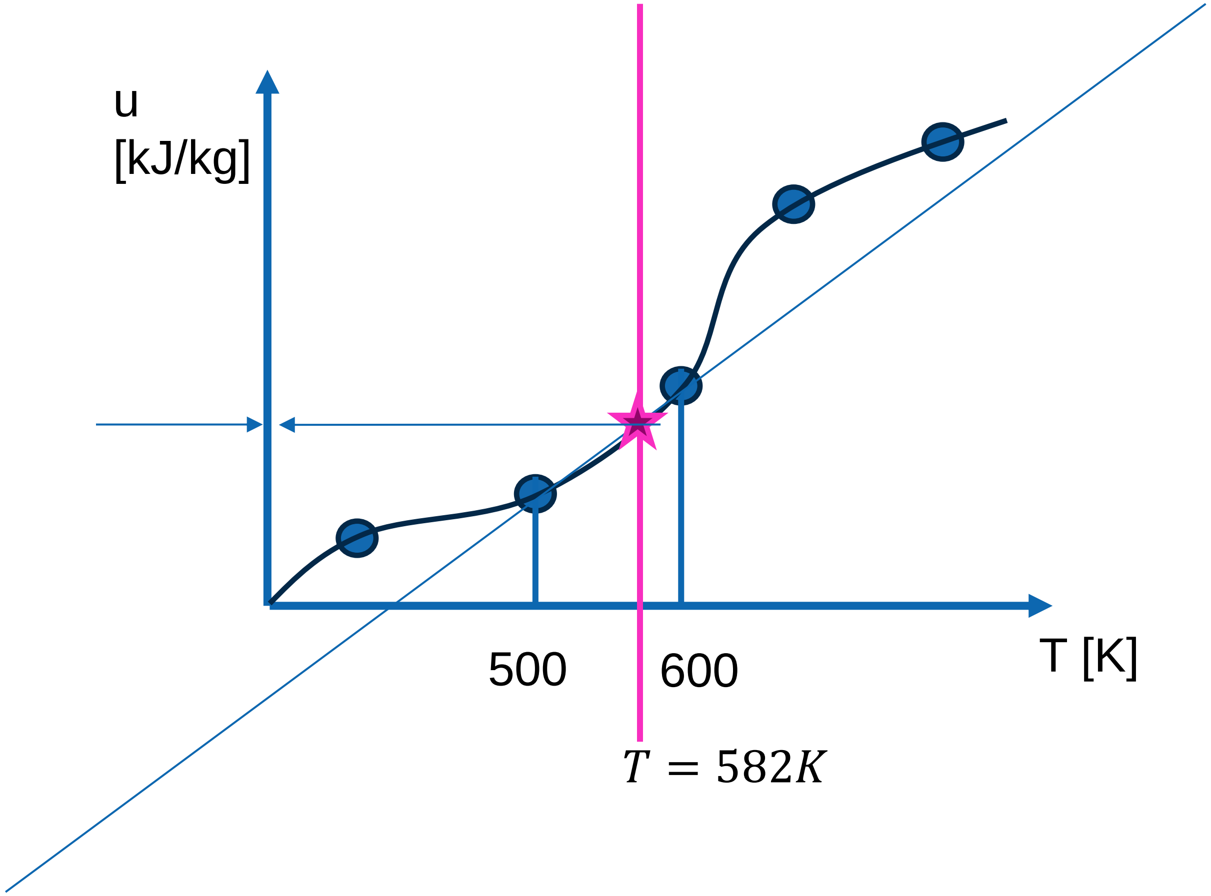
Für Realstoff

we don't really know

Für Wasser und Refrigerant, bitte TAB nutzen.

Obige T,p,v Verhältnis gilt nicht mehr für Realstoffe

# Einführung der lerp. (Linear Interpolation)




In der Wirklichkeit ist die Zustandsvariable eine kontinuierliche Funktion

Man hat es experimental gemessen, und ein TAB zusammen gestellt

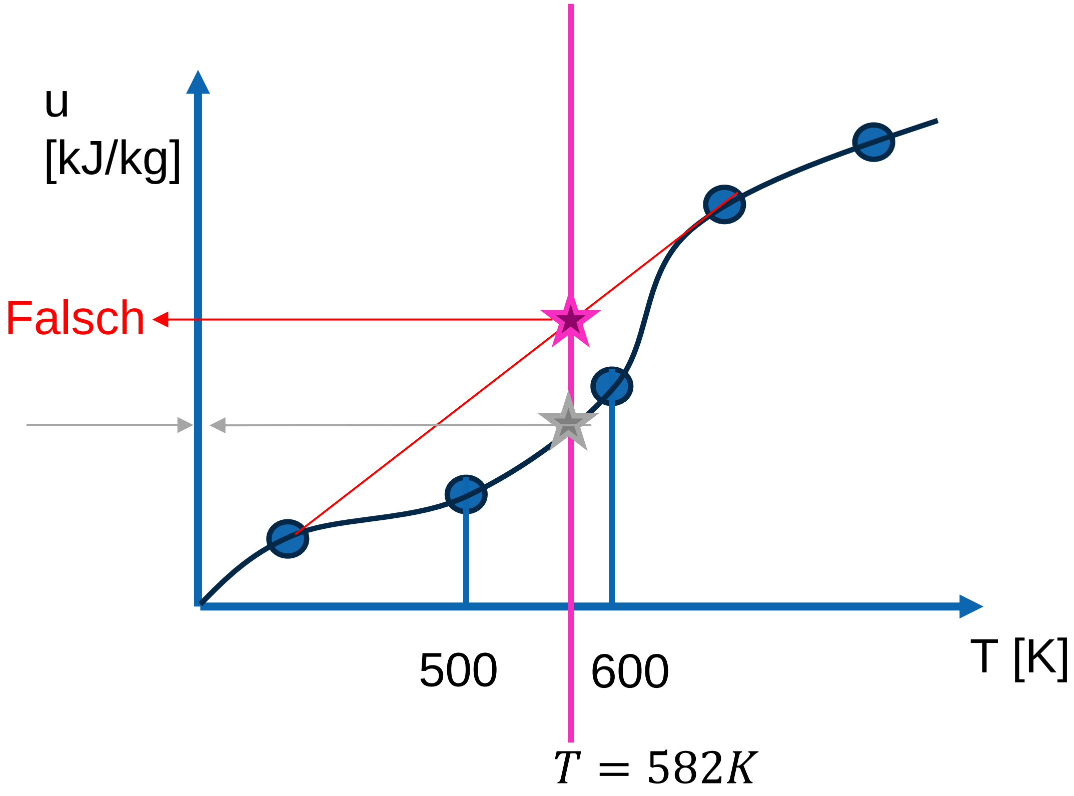
Wenn wir die TAB-Werte plotten, dann sind diskriete Wert (Punkte) auf dem Graph.

Oft liegen die ges. Werte zw. den Punkten, Dort gibt es keine Daten.

Basteln wir eine gerade Linie Funktion aus 2 Daten Punkt (lerp.)

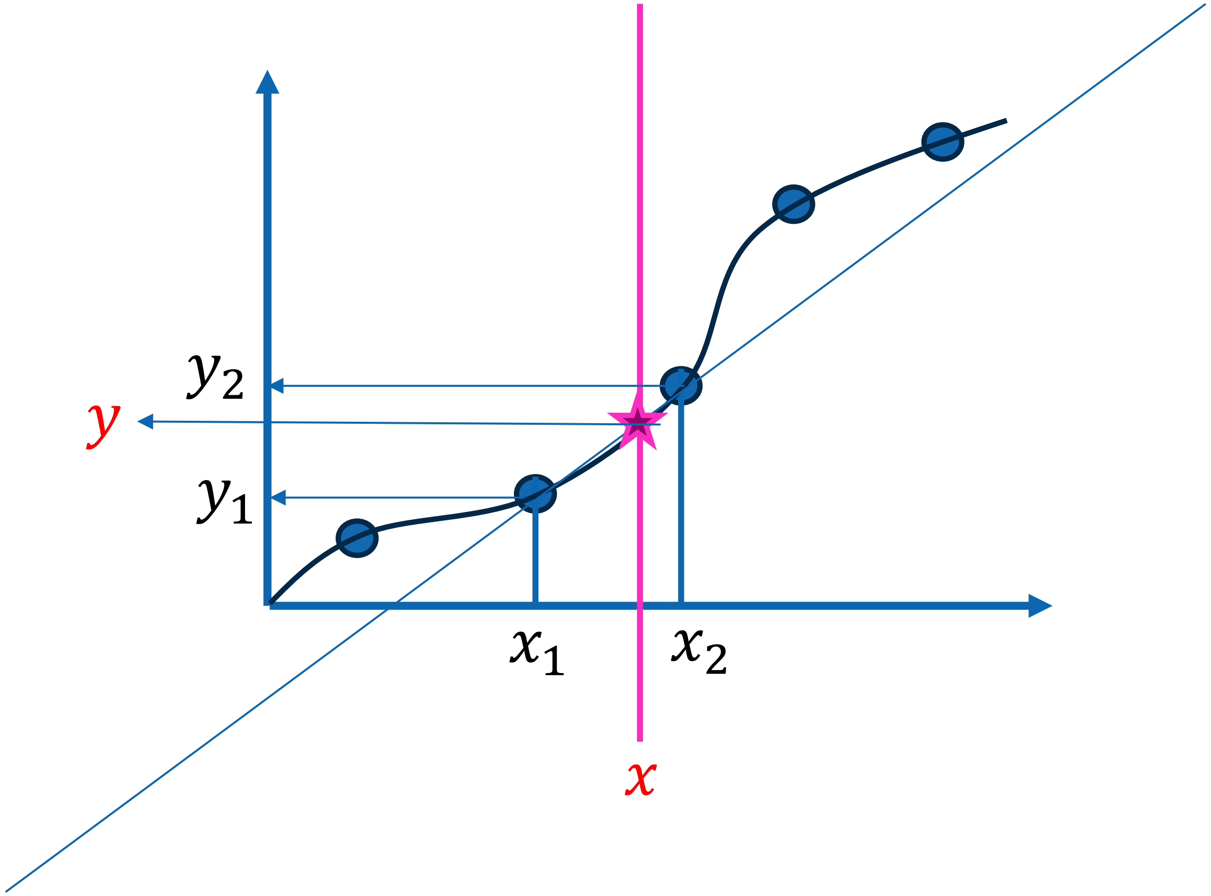
Setzen wir die Zustandsvariabel in unserer linearen Funktion ein, bekommen wir die ges. Wert

# Einführung der lerp. (Linear Interpolation)



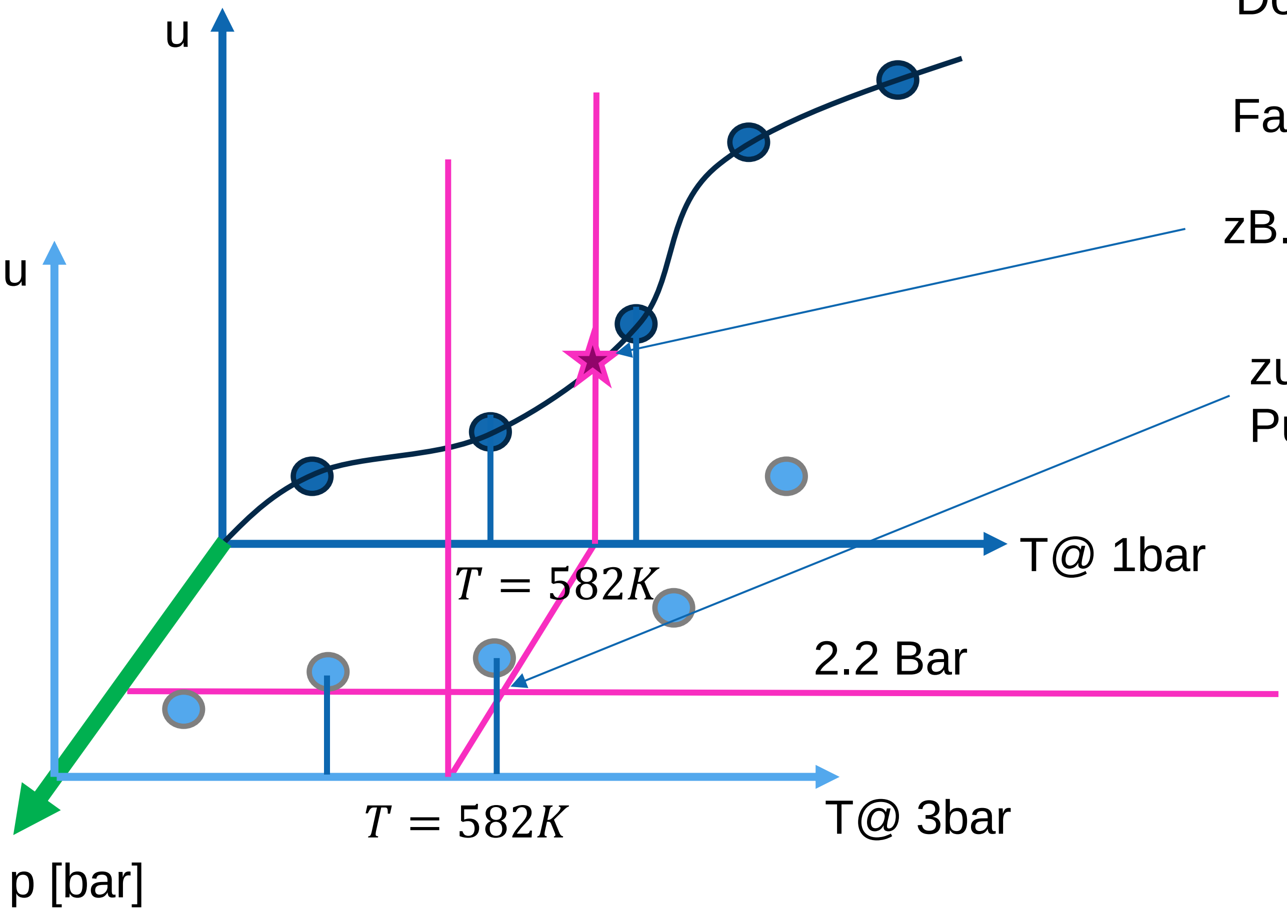

Achtung:
Immer die am nächsten Daten Punkt nehmen!
Sonst wird die lerp. Abweichung zu groß.

# Einführung der lerp. (Linear Interpolation)




$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1) + y_1$$

# Einführung der lerp. (Linear Interpolation)



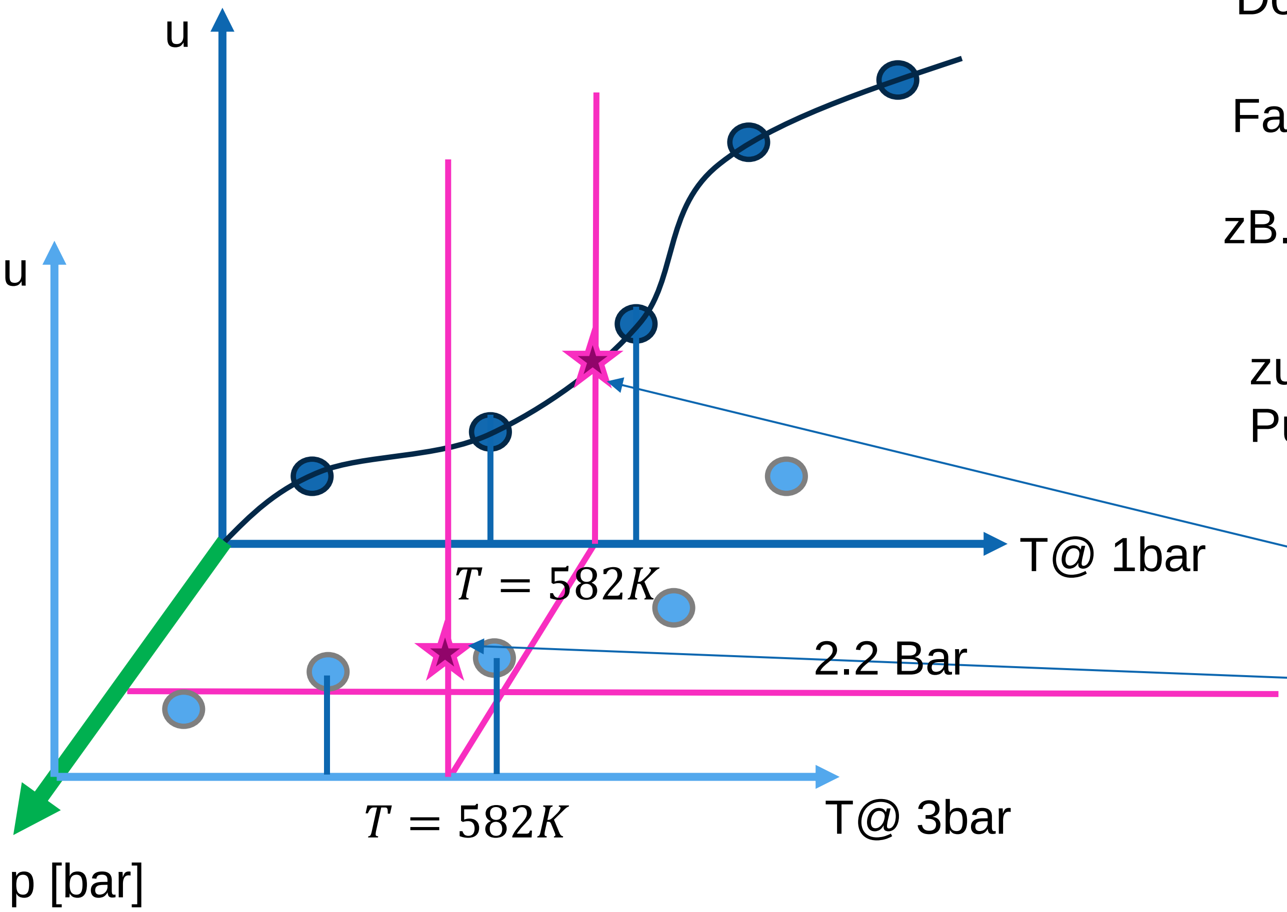

Doppelte lerp.

Falls es noch eine Dimension gibt. zB. $u(p,T)$

zB. Die Ziel-Wert. liegt zw. 2 Temp Daten Punkte

zusätzlich liegt sie noch zw. Druck Daten Punkte

# Einführung der lerp. (Linear Interpolation)




Doppelte lerp.

Falls es noch eine Dimension gibt. zB. $u(p, T)$

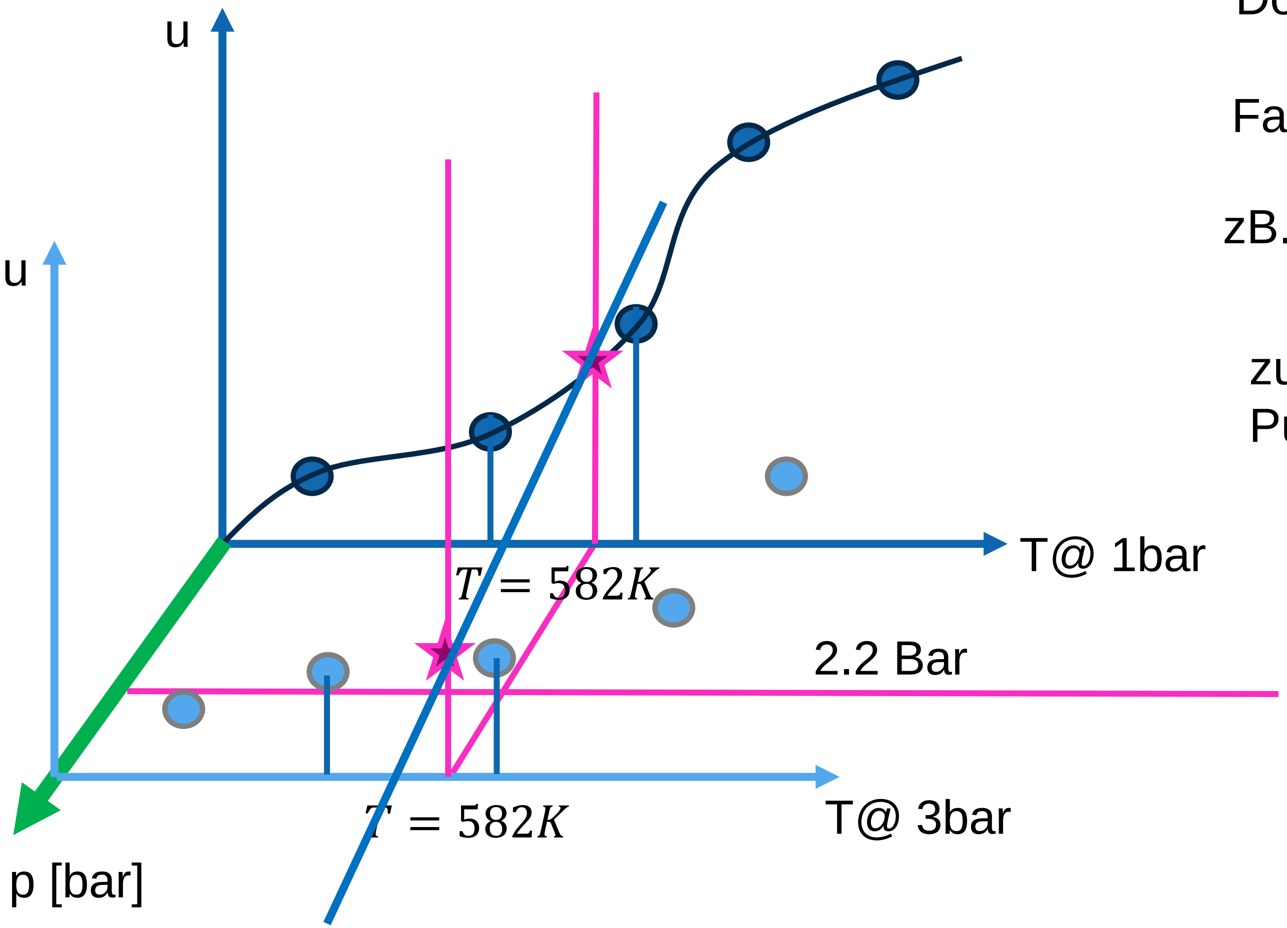
zB. Die Ziel-Wert. liegt zw. 2 Temp Daten Punkte

zusätzlich liegt sie noch zw. Druck Daten Punkte

Lerp. Für Ziel Temp für eine Druck-TAB (zB. 1 Bar)

Lerp. Für Ziel Temp für andere Druck-TAB (zB. 3 Bar)

# Einführung der lerp. (Linear Interpolation)




Doppelte lerp.

Falls es noch eine Dimension gibt. zB. $u(p,T)$

zB. Die Ziel-Wert. liegt zw. 2 Temp Daten Punkte

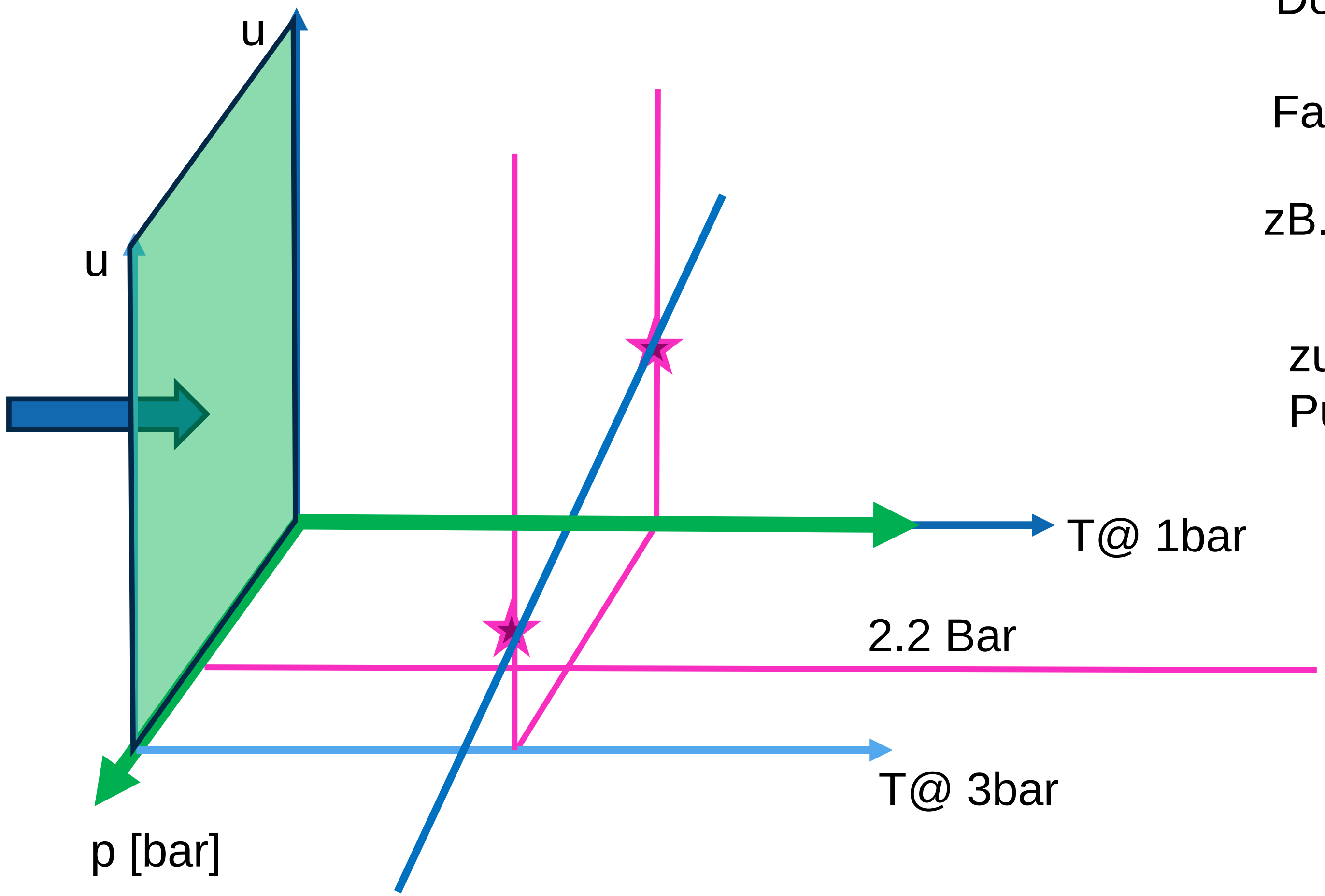
zusätzlich liegt sie noch zw. Druck Daten Punkte

Lerp. Für Ziel Temp für eine Druck-TAB (zB. 1 Bar)

Lerp. Für Ziel Temp für andere Druck-TAB (zB. 3 Bar)

Lerp. Für Ziel Druck mit 2 bekommte lerp. Wert. (1Bar & 3Bar)

# Einführung der lerp. (Linear Interpolation)




Doppelte lerp.

Falls es noch eine Dimension gibt. zB. $u(p, T)$

zB. Die Ziel-Wert. liegt zw. 2 Temp Daten Punkte

zusätzlich liegt sie noch zw. Druck Daten Punkte

Lerp. Für Ziel Temp für eine Druck-TAB (zB. 1 Bar)

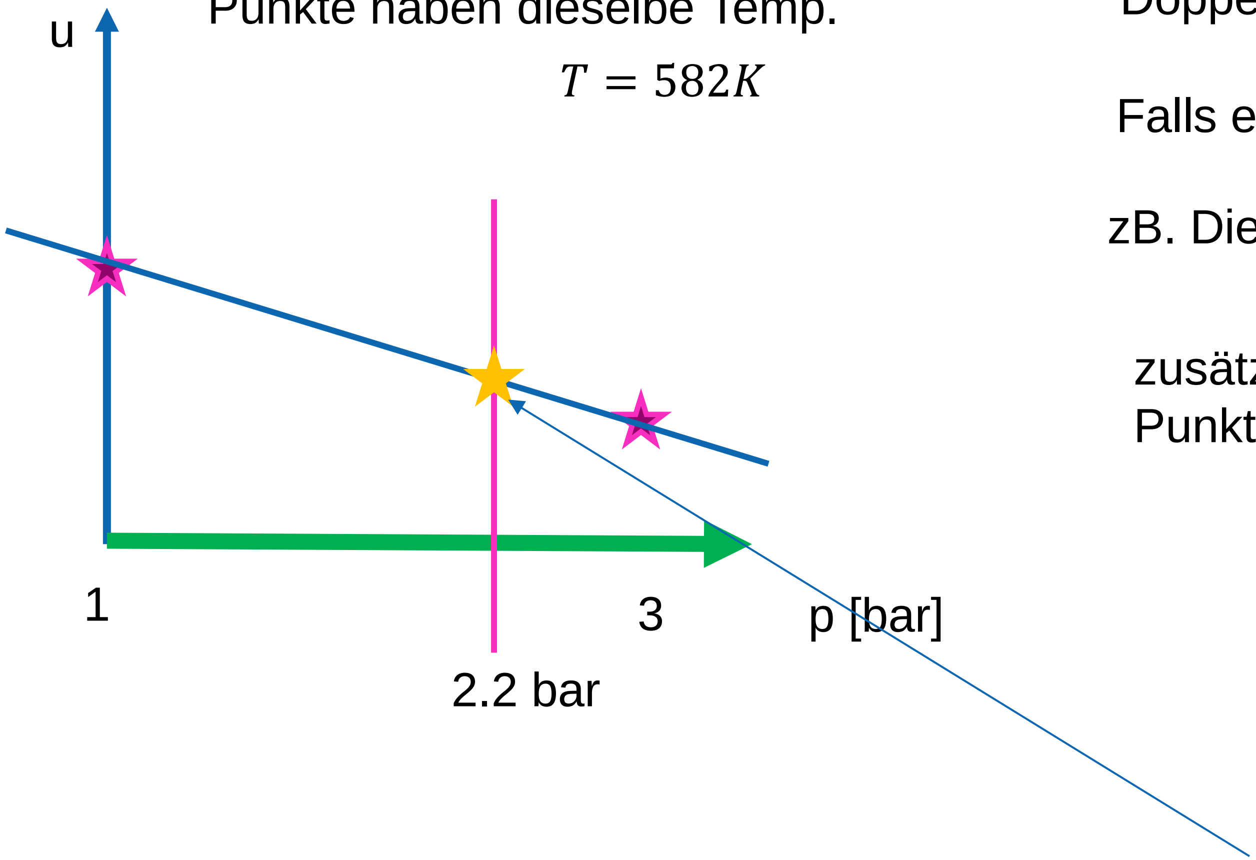
Lerp. Für Ziel Temp für andere Druck-TAB (zB. 3 Bar)

Lerp. Für Ziel Druck mit 2 bekommte lerp. Wert. (1Bar & 3Bar)

# Einführung der lerp. (Linear Interpolation)

Isotherme Graph -> alle Daten Punkte haben dieselbe Temp.

$T = 582K$




Doppelte lerp.

Falls es noch eine Dimension gibt. zB. $u(p, T)$

zB. Die Ziel-Wert. liegt zw. 2 Temp Daten Punkte

zusätzlich liegt sie noch zw. Druck Daten Punkte

Lerp. Für Ziel Temp für eine Druck-TAB (zB. 1 Bar)

Lerp. Für Ziel Temp für andere Druck-TAB (zB. 3 Bar)

Lerp. Für Ziel Druck mit 2 bekommte lerp. Wert. (1Bar & 3Bar)

# Vorrechenübung

# Vorrechenübung

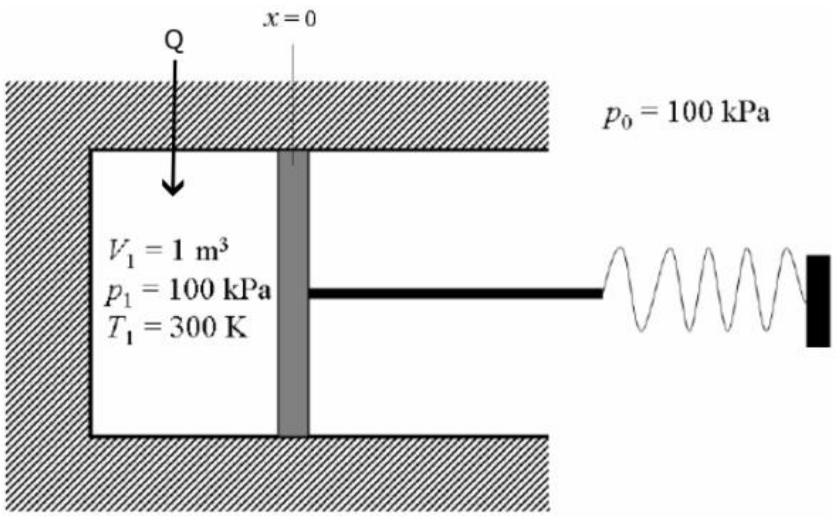
Prüfungslevel

## Aufgabe 3.1 ●●● Feder-Kolben-System ideales Gas

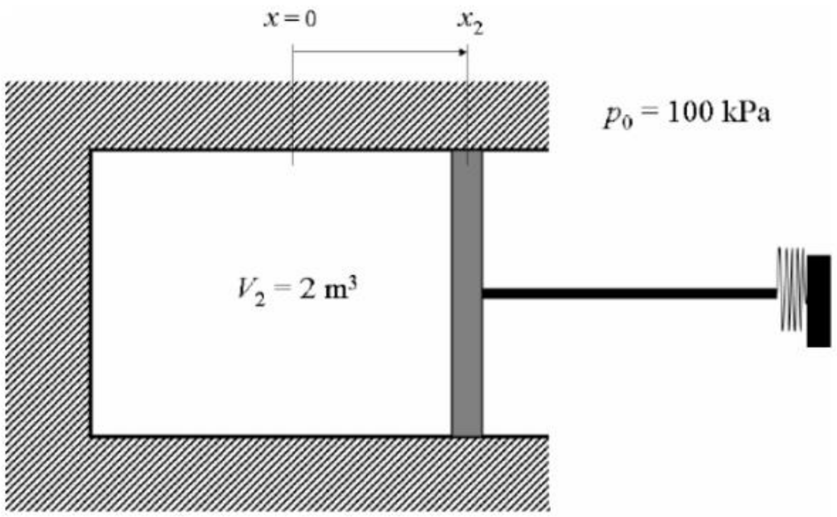
In einem Kolben-Zylinder-System befindet sich Wasserstoff (Volumen $V_1 = 1\,\mathrm{m}^3$, Druck $p_1 = 100\,\mathrm{kPa}$, Temperatur $T_1 = 300\,\mathrm{K}$, ideales Gas). In diesem Anfangszustand berührt eine Feder von aussen den Kolben, ohne eine Kraft auf den Kolben auszuüben.

Je nach Auslenkung der Feder $x$ ist die Federkraft $F = k \cdot x$, mit der Federkonstante $k = 30\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{m}}$. Die Querschnittsfläche des Kolbens beträgt $A = 0.8\,\mathrm{m}^2$.

Dem Wasserstoff wird Wärme zugeführt, was zu einer Expansion mit einer Verdoppelung des Volumens führt. Der Umgebungsdruck beträgt $p_0 = 100\,\mathrm{kPa}$. Der Kolben läuft reibungsfrei.




(a) Zustand 1




(b) Zustand 2

ENERGY & PROCESS SYSTEMS ENGINEERING

a) Bestimmen Sie die Masse, den Enddruck und die Endtemperatur des Wasserstoffs.

Aus ZF **Ideales Gas** $(pV = n\bar{R}T \quad pv = RT \quad \boxed{pV = mRT})$

Masse: $P_1, V_1, T_1$ geg.

$$R = \frac{\bar{R}}{M_{H_2}} = \frac{8{,}314 \, \boxed{\frac{kJ}{kmol}} \cdot K}{2{,}016 \, \boxed{\frac{kg}{kmol}}} = 4{,}124 \, \frac{\boxed{kJ}}{kg \cdot K}$$

↑ TAB A-1

$$m = \frac{P_1 V_1}{R T_1} = \frac{100 \, \boxed{kPa} \cdot 1 m^3}{4{,}124 \, \frac{\boxed{kJ}}{kg \cdot K} \cdot 300 K}$$

Trick über Einheiten

TAB wert sind meistens auf [bar], [kJ]
deswegen rechnet am bestens [bar] auf [kPa] um.
$[m^3][kPa][kJ][kg][kW][\frac{kg}{kmol}][K]$...
passen in der Rechnung zusammen
⚠ $\frac{w^2}{2}$ KE mit $[m/s]^2$ ergibt [J], diese muss zu [kJ]
damit die korrekter Faktor überall stimmen.

Von letzter Woche

a) Bestimmen Sie die Masse, den Enddruck und die Endtemperatur des Wasserstoffs.

Aus ZF **Ideales Gas** $(pV = n\bar{R}T \qquad pv = RT \qquad \boxed{pV = mRT})$

Masse: $P_1, V_1, T_1$ geg.

$$R = \frac{\bar{R}}{M_{H_2}} = \frac{8{,}314 \boxed{\frac{kJ}{kmol}} \cdot K}{2{,}016 \boxed{\frac{kg}{kmol}}} = 4{,}124 \frac{\boxed{kJ}}{kg \cdot K}$$

↑ TAB A-1

$$m = \frac{P_1 V_1}{R T_1} = \frac{100 \boxed{kPa} \cdot 1 m^3}{4{,}124 \frac{\boxed{kJ}}{kg \cdot K} \cdot 300 K} = \underline{\underline{0{,}08082767 \, Kg}}$$

M.L. = 0,0808 Kg ✓

LESE

epse ENERGY & PROCESS SYSTEMS ENGINEERING

a) Bestimmen Sie die Masse, den Enddruck und die Endtemperatur des Wasserstoffs.

$P_1, V_1, T_1$ geg.

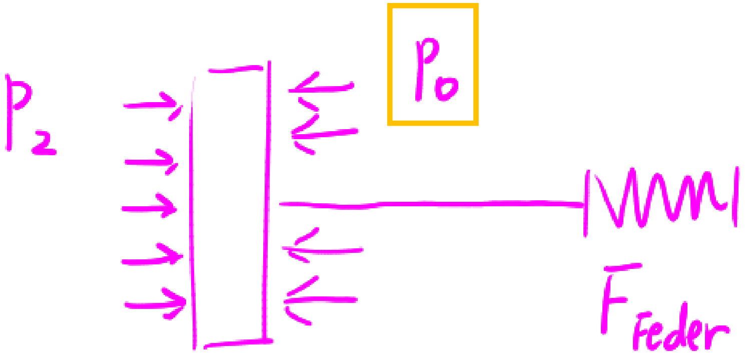
Aus ZF **Ideales Gas** $(pV = n\overline{R}T \qquad pv = RT \qquad \boxed{pV = mRT})$

$\underline{\underline{m = 0{,}08082767\ \text{kg}}}$

Enddruck, End Temp.

$V_2 = 2V_1 = \boxed{2\,m^3}$ $\qquad T_2, P_2$ fehlt, IG Gleichung nicht lösbar

Mechanik Approach um $P_2$ zu berechnen?



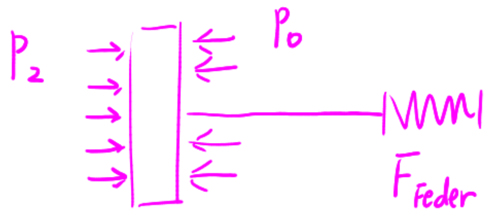

GGW?

$F_{Feder} = \Delta x \boxed{\cdot K}$

Promising Lösungsansatz!

Let's try it out

$\boxed{A = 0.8\,\text{m}^2.}$



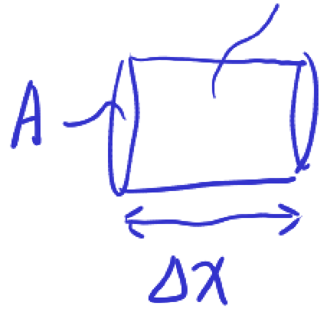

$F_{Feder} = \Delta x \cdot K$

$V_2 = 2V_1 = 2\,m^3 \qquad P_1,\ V_1,\ T_1$ geg.

GGW:

$$P_2 \cdot \boxed{A} = \boxed{P_0 \cdot A} + \Delta x \boxed{\cdot K}$$

$\Delta V = 1\,m^3$




$$\Delta x = \frac{\Delta V}{A} = 1{,}25\,m$$

$$P_2 = P_0 + \frac{\Delta x \cdot K}{A} = 100\,kPa + \frac{1{,}25\,m \cdot 30\,kN/m}{0{,}8\,m^2} = \underline{\underline{146{,}875\,kPa}}$$

M.L. 1,469 bar ✓

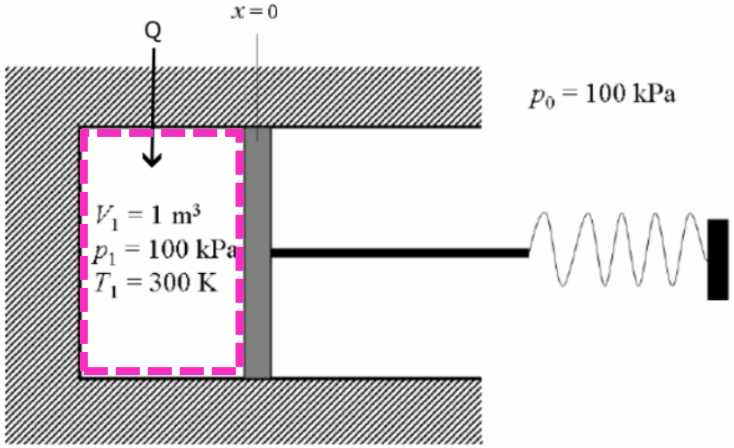
lösbar

$$P_2 V_2 = m R T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{P_2 V_2}{m R} = \frac{146{,}875\,kPa \cdot 2\,m^3}{0{,}0808\,kg \cdot 4{,}124\,\frac{kJ}{kg \cdot K}} = \underline{\underline{881{,}55\,K}}$$

M.L. 881,25 K ✓

b) Bestimmen Sie die totale vom System geleistete Arbeit.

① Systemgrenz und Ansatz ?




geschlossenes Sys.

1.1 Nützliche Formel für geschlo. sys. ?

Aus ZF

- Geschlossenes System an einem Kolben: $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \sum_j \dot{Q}_j - \sum_n \dot{W}_{V,n}$ $\quad \Delta E = E_2 - E_1 = \sum_j Q_j - \sum_n W_{V,n}$

**Spezifische Volumenarbeit** (reversible Änderung des Systemvolumens) $w_{V,12}^{rev} = \frac{W_{V,12}^{rev}}{m} = \int_1^2 p\,\mathrm{d}v$

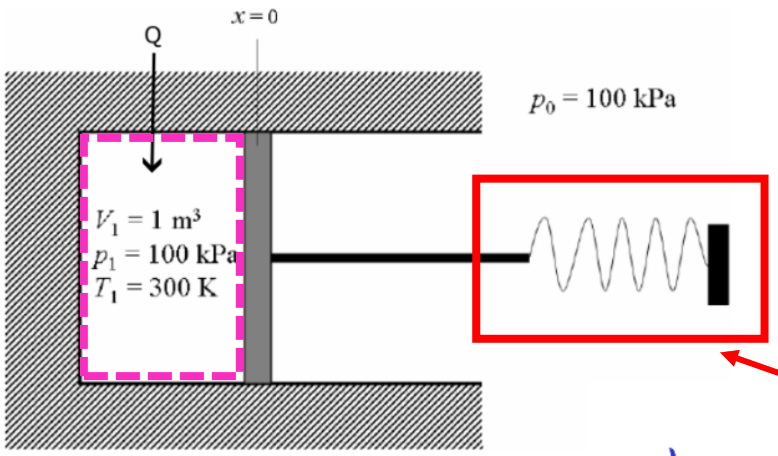
Umformung nach

$$W_{V,12} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV$$

Herleitung sehe Notizen von Woche 3.

b) Bestimmen Sie die totale vom System geleistete Arbeit.

① Systemgrenz und Ansatz ?




(a) Zustand 1

$$W_{V,12} = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV$$

Überlegen: $V_1, V_2$ geg. $P = \text{const}$ ?

Nein, Nach GGW mit Druck $P$ auf linker Seite, und Federkraft $F = x \cdot K$ auf rechter Seite.

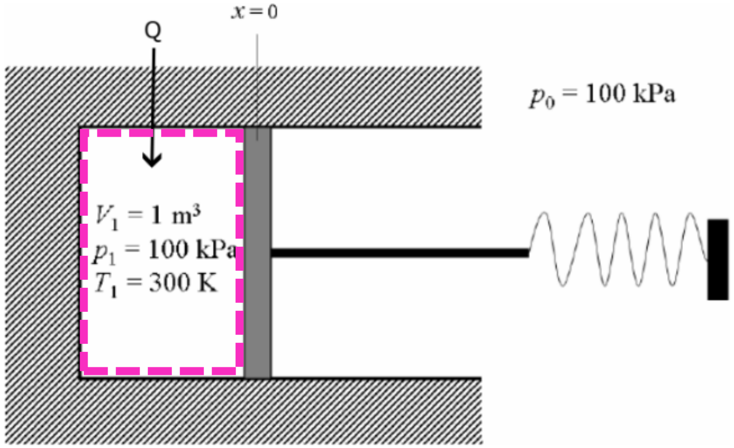
$\Rightarrow$ $P$ ist eine Func. von $X$, $P \neq \text{const}$.

$PdV$ trotzdem lösbar, aber schwer mit $\int_{V_1}^{V_2} P(x)\,dV$

Vgl. mit ML

b) Bestimmen Sie die totale vom System geleistete Arbeit.

① Systemgrenz und Ansatz ?

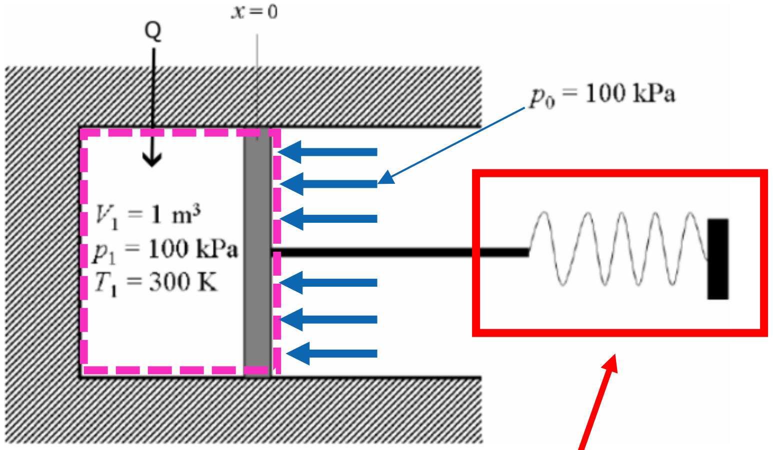



(a) Zustand 1

Andere Ansatz ?

b) Bestimmen Sie die totale vom System geleistete Arbeit.

① Systemgrenz und Ansatz ?




(a) Zustand 1

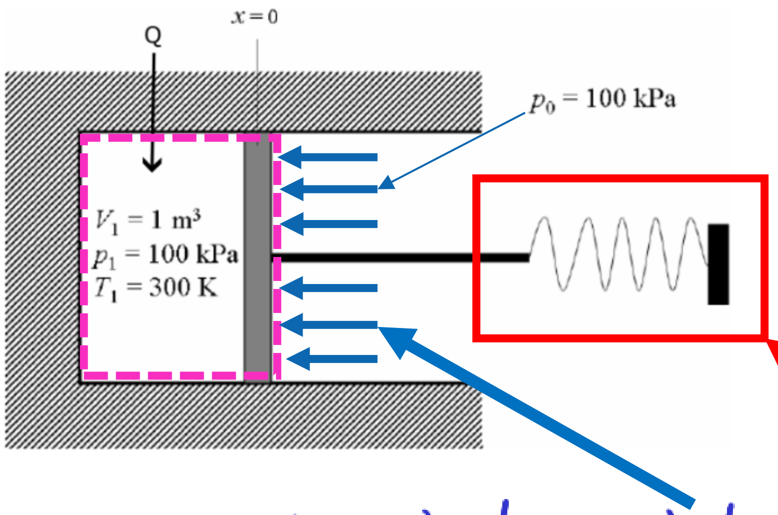
Sys. Grenze nun an Umgebung

Somit kann Umgebungsdruck $P_0 = \text{const.}$ genutzt Werden um Volumenarbeit $W_{V,12}$ Zuberechen.

⚠ Ausser Volumenarbeit, Sys. leistet auch zusätzliche Arbeit gegen Feder

b) Bestimmen Sie die totale vom System geleistete Arbeit.

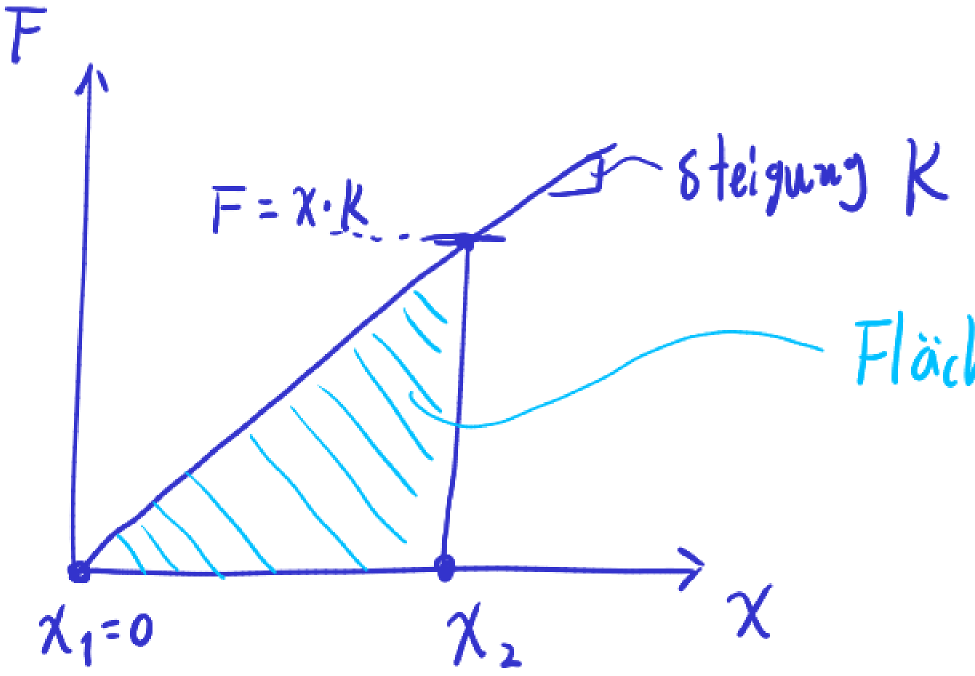
① Systemgrenz und Ansatz ?




Somit soll $W_{tot} = W_{V,12} + W_{Feder,12}$

Die Arbeit, die gegen Feder geleistet ist geht zu $\Delta PE$ der Feder

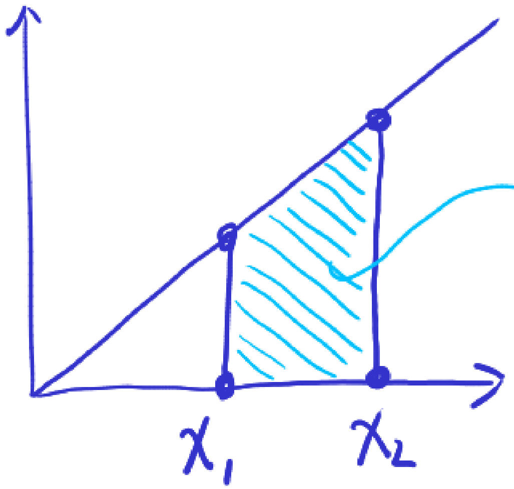
# Formel für Federarbeit



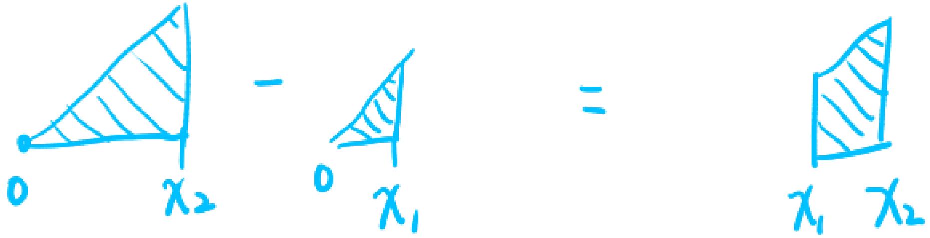

Fläche = ΔPE der Feder

$$\Delta PE = x_2 \cdot k \cdot x_2 \cdot \frac{1}{2} \overset{!}{=} \frac{k}{2} \cdot x_2^{\,2} = W_{Feder,12}$$

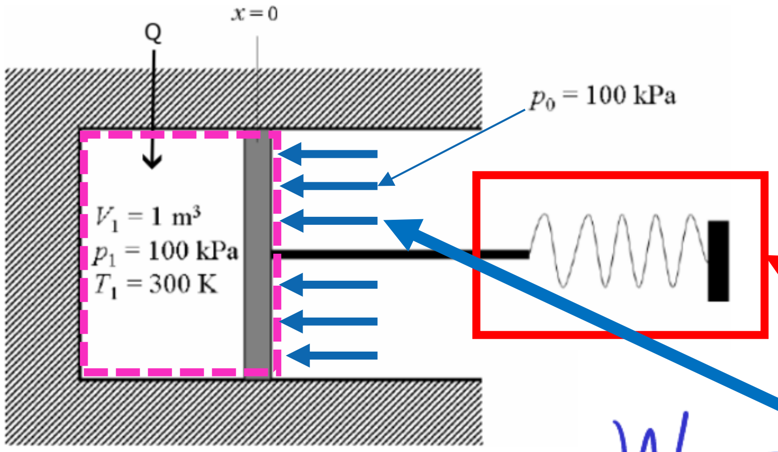
Achtung: Falls Feder Vorgespannt ist,




$$\Delta PE = \frac{k}{2} x_2^2 - \frac{k}{2} x_1^2 = \frac{k}{2}\left[x_2^2 - x_1^2\right]$$



b) Bestimmen Sie die totale vom System geleistete Arbeit.

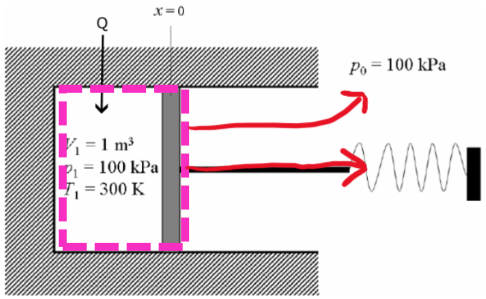



(a) Zustand 1

$$W_{tot} = W_{V,12} + W_{Feder,12}$$

$P_0$ = const.
PdV leicht zu berechnen

Kann man gut berechnen



(a) Zustand 1

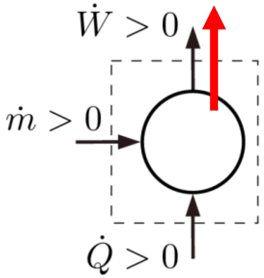
② Lösen

$$W_{tot} = W_{V,12} + \boxed{W_{Feder,12}}$$

$$= \int_{V_1}^{V_2} P_0 \, dV + \boxed{\frac{k}{2} x_2^2}$$

$\boxed{\text{Sys}} \Rightarrow$

Aus 1. Übungsstunde




Sys. leistet Aktive Arbeit, gibt Energie raus und steckt in PE von Feder $\Rightarrow W_{Feder,12} = (+)$

$$= \boxed{\frac{k}{2} x_2^2}$$

$$= \int_{V_1}^{V_2} P_0 \, dV + \frac{k}{2} x_2^2$$

$\leftarrow x_2 = \Delta x = 1{,}25 \text{ m}$ aus a)

$$= P_0 [V_2 - V_1] + \frac{k}{2} x_2^2 = 100 \text{kpa} [2\text{m}^3 - 1\text{m}^3] + \frac{1}{2} \cdot 30 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot [1{,}25 \text{ m}]^2$$

$[\text{kpa}] \cdot [\text{m}^3] = [\text{kJ}]$ $\quad [\text{kN}] \cdot [\text{m}] = [\text{kJ}]$

$$= \underline{\underline{123{,}4375 \text{ kJ}}}$$

ML. 123, 44 kJ ✓

c) Bestimmen Sie den Anteil der Arbeit, der gegen die Feder geleistet wird.

$W_{tot} = 123{,}4375 \text{ kJ}$ aus b)

$W_{Feder,12} = \frac{k}{2} x_2^2 = 23{,}4375 \text{ kJ}$ aus b)

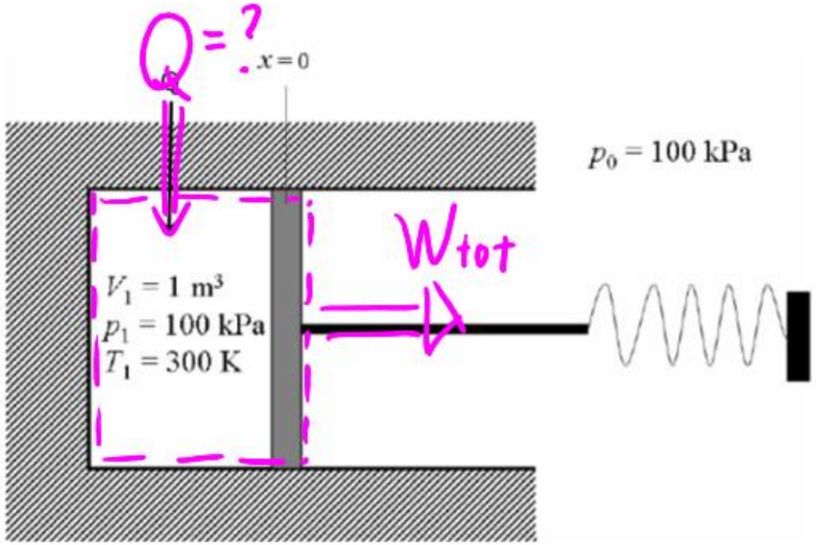
$$\frac{W_{Feder,12}}{W_{tot}} = \frac{23{,}4375 \text{ kJ}}{123{,}4375 \text{ kJ}} = \underline{\underline{18{,}9873\ \%}}$$

ML. 19 % ✓

d) Bestimmen Sie die Wärme, die dem System zugeführt werden muss, um die angegebene Expansion zu ermöglichen.

① Sys.-grenze, Ansatz ?

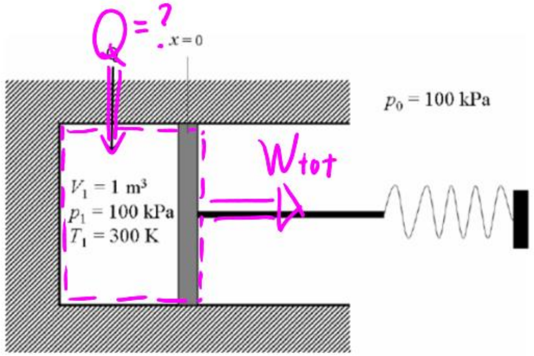
$Q = ?$ $W_{tot} = 123{,}4375\ kJ$




Geschlossenes Sys.

1. HS nun nützlich

d) Bestimmen Sie die Wärme, die dem System zugeführt werden muss, um die angegebene Expansion zu ermöglichen.




② 1.HS

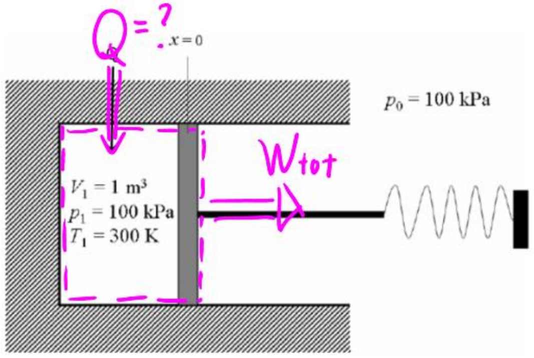
$$\Delta E = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE = Q - W_{tot}$$

**Energie**

Gesamte Energie: $E = U + KE + PE$

- Geschlossenes System an einem Kolben: $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \sum_j \dot{Q}_j - \sum_n \dot{W}_{V,n}$ $\Delta E = E_2 - E_1 = \sum_j Q_j - \sum_n W_{V,n}$

d) Bestimmen Sie die Wärme, die dem System zugeführt werden muss, um die angegebene Expansion zu ermöglichen.




③ Vereinfachung

$$\Delta E = \boxed{\Delta U} + \cancel{\Delta KE}^{\,0} + \cancel{\Delta PE}^{\,0} = Q - W_{tot}$$

Ruhe

Für Gas, Kolben = 0

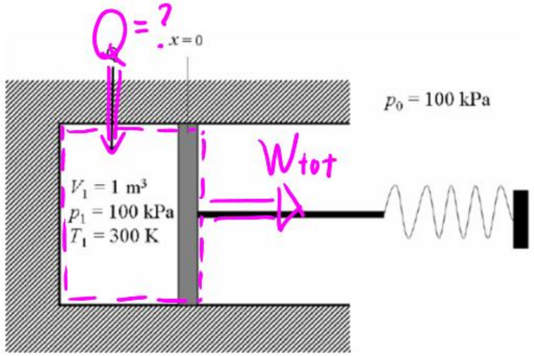
$$\boxed{\Delta U_{H_2} + \cancel{\Delta U_{Kolben}}} = Q - W_{tot}$$

→ 0

Annahme: Kolben adiabat

$$\Delta U_{H_2} = Q - W_{tot}$$

d) Bestimmen Sie die Wärme, die dem System zugeführt werden muss, um die angegebene Expansion zu ermöglichen.




4 Lösen

$$\Delta U_{H_2} = Q - W_{tot}$$

$$m_{H_2}(u_2 - u_1) = Q_{12} - W_{tot}$$

Recall Trick / Tipp von letzter Übungstunde

Für IG, falls möglich, immer TAB-Wert für $u(T)$, $h(T)$.
Hier gibt es aber keine TAB-wert für $H_2$ !
⇒ dann müsst ihr IG → PG Approximation machen.

ges : $u^{ig}(T)$ ? $\longrightarrow$ TAB-Wert vorhanden ? $\Rightarrow$ ✓ TAB Wert nutzen

$u^{ig}(T_1) = \dots$

× $\Downarrow$

IG → PG Approx.

Falls $\left| \begin{array}{l} C_v = \dots = \text{const.} \\ C_p = \dots = \text{const.} \end{array} \right|$ geg. ist,

bedeutet: Gas ist perfekt

Direkt Formel $\left| \begin{array}{l} \Delta u = C_v \cdot \Delta T \\ \Delta h = C_p \cdot \Delta T \end{array} \right|$ verwenden

$m_{H_2}(u_2 - u_1)$ für $H_2$, keine TAB-Wert für $u(T)$

$C_v = \text{const.}$ ist auch nicht geg. $\Rightarrow$ IG → PG Approx.

① Mittel Temp. $\bar{T}$ zw. Zustand 1 : $T_1$, 2 : $T_2$ finden

$T_1 = 300\,K \qquad T_2 = 881{,}55\,K$

$\bar{T} = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = 590{,}775\,K$

Aus Ü02

2. Lösungsweg :

- Approximation : Air ≈ Perfektes Gas
  Da die Temp. Differenz klein ist, $C_v(T) \approx C_v = \text{const.}$
- Mittelwert der Temp. zw Zustand 1 und 2 als $\bar{T}$
  dann $C_v$ für diese $\bar{T}$ finden, Otherwise this Approx. not Valid !
- dann mit Ansatz

**Perfektes Gas**

$c_v^{pg} = \text{const.} \qquad c_p^{pg} = \text{const.} \qquad \kappa = \frac{c_p^{pg}}{c_v^{pg}} = \text{const.}$

$u^{pg}(T_2) - u^{pg}(T_1) = c_v^{pg}(T_2 - T_1)$

① Mittel Temp. $\bar{T}$ zw. Zustand 1 : $T_1$, 2 : $T_2$ finden $\bar{T} = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = 590{,}775\,K$

② für $u$ ist $c_v$ @ $\bar{T}$ gebraucht, $c_v @ \bar{T} = ?$

$\bar{T} = 590{,}775\,K$ liegt zw. 550 K
600 K

Aus Ü02

2. Lösungsweg:

- Approximation: Air ≈ Perfektes Gas
  Da die Temp. Differenz klein ist, $c_v(T) \approx c_v = \text{const.}$
- Mittelwert der Temp. zw Zustand 1 und 2 als $\bar{T}$
  dann $c_v$ für diese $\bar{T}$ finden, Otherwise this Approx. not Valid !
- dann mit Ansatz

**Perfektes Gas**

$c_v^{pg} = \text{const.}$ $\quad c_p^{pg} = \text{const.}$ $\quad \kappa = \frac{c_p^{pg}}{c_v^{pg}} = \text{const.}$

$u^{pg}(T_2) - u^{pg}(T_1) = c_v^{pg}(T_2 - T_1)$

lerp. $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$

| | $c_v\left[\frac{kJ}{kg \cdot K}\right]$ | $T\,[K]$ | |
|---|---|---|---|
| $y_1$ | 10,405 | 550 | $x_1$ |
| $y \rightarrow$ | 10,4188 | 590,775 | $x$ |
| $y_2$ | 10,422 | 600 | $x_2$ |

Aus TAB-A20

Falls in einer grossen Aufgabe lerp. mehrmals gebraucht wird, muss lerp. Formel nur einmal hingeschrieben werden.

Quick Check: y muss zw. y1 und y2 legen, sonst falsch.

$c_v @ 590{,}775\,K = 10{,}4188 \frac{kJ}{kg \cdot K}$

Aus Ü02

① Mittel Temp. $\bar{T}$ zw. Zustand 1 : $T_1$, 2 : $T_2$ finden $\quad \bar{T} = \frac{1}{2}(T_1 + T_2) = 590{,}775\ K$

② für u ist $C_v @ \bar{T}$ gebraucht, $C_v @ \bar{T} = ?$ $\quad C_v @ 590{,}775\,K = 10{,}4188 \frac{kJ}{kg \cdot K}$

2. Lösungsweg:

- Approximation: Air ≈ Perfektes Gas
  Da die Temp. Differenz klein ist. $C_v(T) \approx C_v = \text{const.}$
- Mittelwert der Temp. zw Zustand 1 und 2 als $\bar{T}$
  dann $C_v$ für diese $\bar{T}$ finden, Otherwise this Approx. not Valid !
- dann mit Ansatz

**Perfektes Gas**

$c_v^{pg} = \text{const.} \qquad c_p^{pg} = \text{const.} \qquad \kappa = \frac{c_p^{pg}}{c_v^{pg}} = \text{const.}$

$u^{pg}(T_2) - u^{pg}(T_1) = c_v^{pg}(T_2 - T_1)$

③

$$\Delta U_{H_2} = m_{H_2} \Delta u = m_{H_2} \underbrace{[u_2^{PG} - u_1^{PG}]}_{\parallel}$$

Aus ZF

$$u^{pg}(T_2) - u^{pg}(T_1) = c_v^{pg}(T_2 - T_1)$$

$$= m_{H_2} \cdot \overbrace{C_v \cdot [T_2 - T_1]}$$

$$= 0{,}0808277\ kg \cdot 10{,}4188 \frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot [881{,}55\,K - 300\,K]$$

$$\Delta U_H = 489{,}739\ kJ$$

ML. 489,59 kJ (in ML. bisschen anders gelöst)

$$\frac{489{,}739 - 489{,}59}{489{,}59} = 0{,}03\,\% < 1\,\% \quad \text{Antwort giltig} \checkmark$$

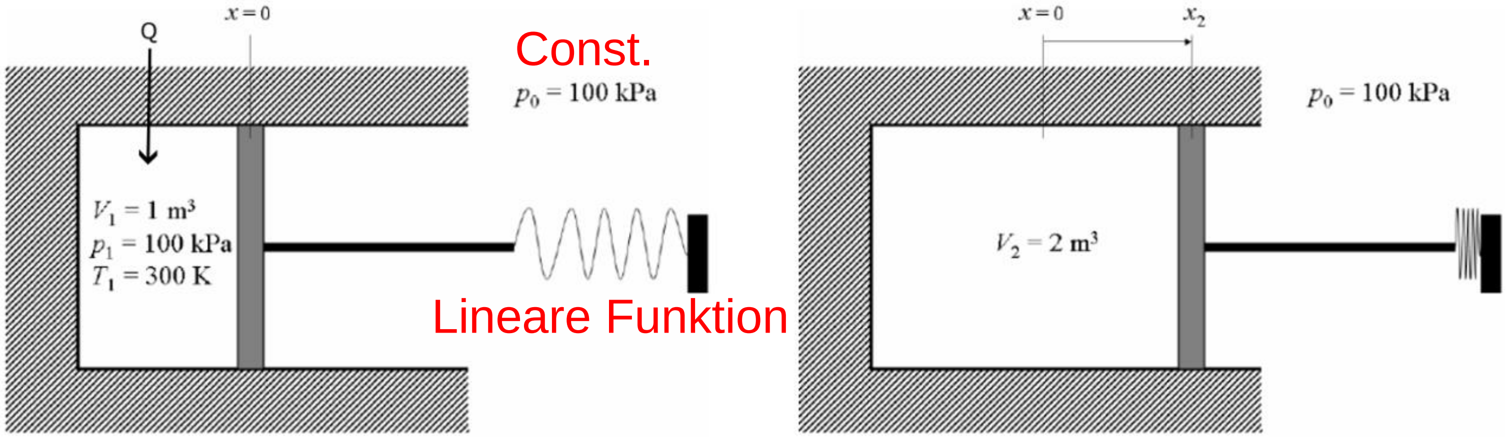
$$\Delta U_H \doteq 489{,}739\ kJ$$

$$\Delta U_{H_2} = Q_{12} - W_{tot}$$

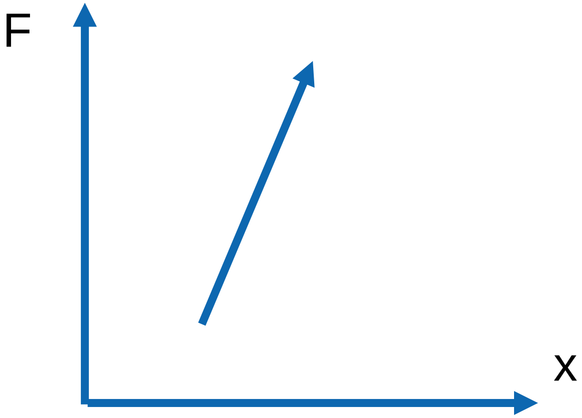
$$\Rightarrow Q_{12} = \Delta U_{H_2} + W_{tot} = 489.739\ kJ + 123{,}4375\ kJ = \underline{\underline{613{,}1765\ kJ}}$$

ML. 613.03 kJ ✓

e) Zeichnen Sie den Prozess im $p$-$V$-Diagramm.



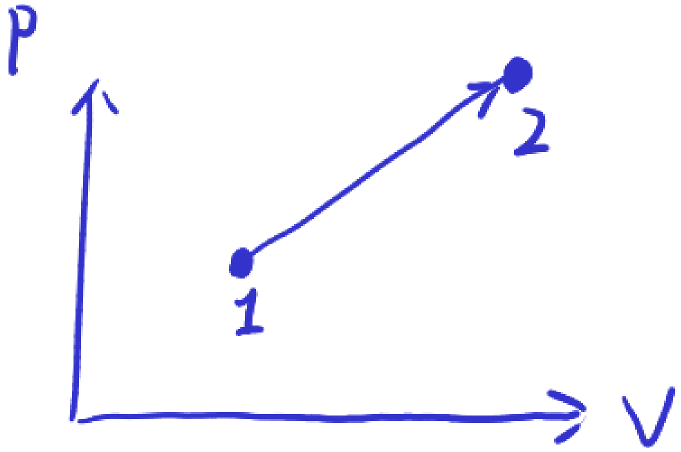

(a) Zustand 1 (b) Zustand 2




$$p = \frac{1}{A} \cdot F$$

Scaling the Graph
with const.

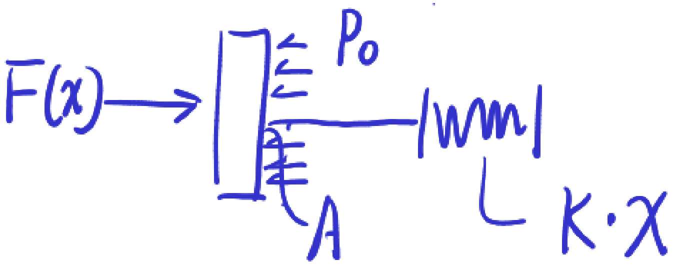
$$V = A \cdot x$$



n.ethz.ch/~juncfu

e) Zeichnen Sie den Prozess im $p$-$V$-Diagramm.

Kraft GGW




$$F(x) = A \cdot P_0 + Kx \quad | \cdot A^{-1}$$

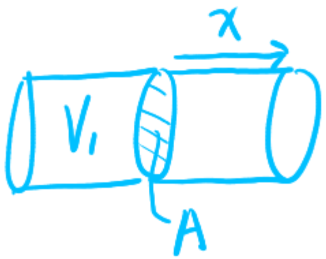
$$P(x) = P_0 + \frac{Kx}{A}$$

$$P = P_0 + \frac{K}{A^2}(V - V_1)$$

$$P = \frac{K}{A^2} \cdot V + P_0 - \frac{KV_1}{A^2}$$

Gerade linier Func.

Abhängigkeit zw $x$, $V$ ?



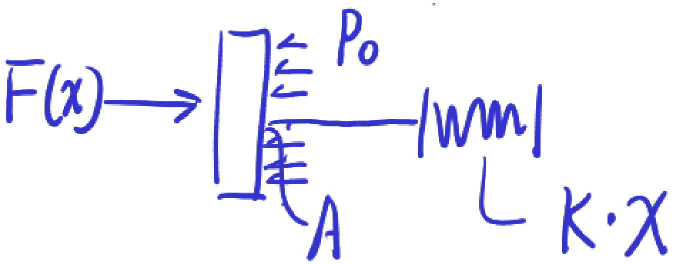

$$V(x) = V_1 + A \cdot x$$

$$V(x) - V_1 = Ax$$

$$x = \frac{V - V_1}{A}$$

e) Zeichnen Sie den Prozess im $p$-$V$-Diagramm.

Kraft GGW



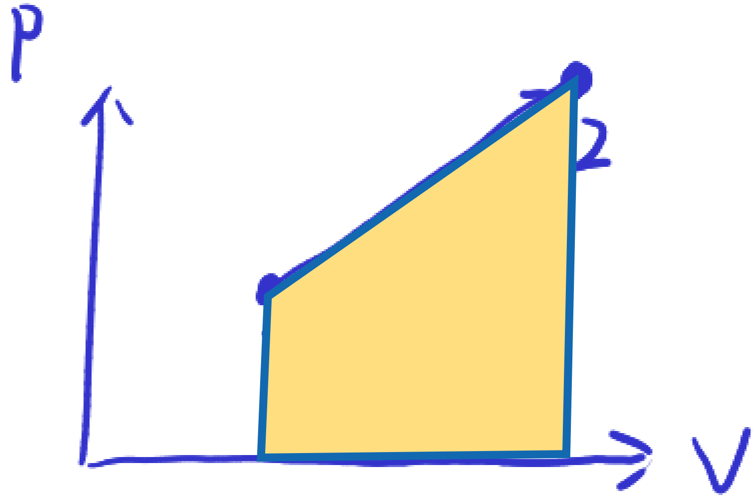

$$F(x) = A \cdot P_0 + Kx \qquad | \cdot A^{-1}$$

$$P(x) = P_0 + \frac{Kx}{A}$$

$$P = P_0 + \frac{k}{A^2}(V - V_1)$$

$$P = \frac{k}{A^2} \cdot V + P_0 - \frac{kV_1}{A^2}$$

Gerade linier Func.




Welche Fläche ist die Volumenarbeit?

# Danke für die Aufmerksamkeit!

# Selbstrechenübung

Feedback